

C1883

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en **1^{ère} année**
DROIT, ÉCONOMIE ET GESTION
Session 2008

Épreuve à Options

Durée : **4 heures**

Aucun document n'est autorisé

Les candidats doivent **obligatoirement traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont irréversiblement choisie** au moment de leur inscription.

COMPOSITION DE DROIT COMMERCIAL

Sujet : Risque et exercice du commerce

COMPOSITION DE DROIT PUBLIC

Sujet : Le Président de la République et le Parlement en France depuis 1875

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET STATISTIQUES

L'usage de calculatrices de poche à alimentation autonome, non imprimante et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail (circulaire n°99 018 du 1^{er} février 1999).

Tout résultat non justifié ne sera pas comptabilisé

La notation tiendra compte de la présentation et de la rédaction.

EXERCICE 1 : STATISTIQUES DESCRIPTIVES

Les deux parties sont indépendantes et pourront être traitées séparément.

PARTIE 1

Le tableau suivant présente les distributions de salaires mensuels au sein de deux entreprises E1 et E2 :

<i>Classes de salaire (euros)</i>	<i>Effectifs E1</i>	<i>Effectifs E2</i>
[800,1000[35	50
[1000,1200[40	50
[1200,1600[90	70
[1600,2000[100	70
[2000,2500[80	60
[2500,3000[30	50
[3000,4000[20	35
[4000,6000[5	15
Total	400	400

1/ Quelle est la variable étudiée et quel est son type ?

2/ Calculer les fréquences et les fréquences cumulées pour chaque entreprise. Dans l'entreprise E₁, quel est le pourcentage de salariés gagnant moins de 2500 euros ? Dans l'entreprise E₂, quel est le pourcentage de salariés gagnant plus de 1600 euros ?

3/ Représenter l'histogramme de la distribution des salaires dans l'entreprise E₁.

4/ Calculer pour chacune des entreprises la moyenne, la variance et l'écart-type des salaires. Que pouvez-vous conclure quant à la dispersion des salaires dans chacune des entreprises?

Quelle statistique pouvez-vous utiliser pour comparer les dispersions des salaires de ces deux entreprises ?

5/ Tracer les fonctions de répartition de la distribution des salaires de ces deux entreprises.

6/ Calculer pour chacune des entreprises le salaire médian et vérifier vos résultats sur le graphique précédent. Interpréter.

7/ Pour la première entreprise (E_1), calculer les fréquences et les fréquences cumulées de la distribution de la masse salariale. Que pouvez-vous en conclure en termes d'inégalités ?

PARTIE 2

Le tableau suivant présente, pour 13 salariés, le salaire mensuel net et le nombre d'années après le baccalauréat.

Salaires	Nombre d'années d'études
W	N
850	0
970	1
1090	0
1345	1
1600	2
1652	1
1778	2
1882	2
1996	3
2214	3
2445	4
2769	4
3158	4

1/ Représenter le nuage de points. Que remarquez-vous ?

2/ Calculer la moyenne et la variance de chacune des deux variables (W et N) ainsi que la covariance entre ces deux variables.

3/ Calculer le coefficient de corrélation entre ces deux variables. Interpréter.

4/ On fait l'hypothèse d'une relation linéaire entre le nombre d'années d'études et le salaire. Déterminer l'équation de la droite de régression et interpréter les coefficients.

5/ Déterminer la qualité de l'ajustement réalisé.

6/ D'après la relation établie précédemment, estimer le salaire d'un individu titulaire d'un diplôme de niveau bac+5.

EXERCICE 2 : ANALYSE

Les deux parties sont indépendantes et pourront être traitées séparément.

PARTIE 1

Considérons la fonction de demande d'un bien qui relie la quantité demandée, notée q , au prix du bien, noté p .

$$q(p) = e^{-\alpha p + 2\beta}$$

1/ Déterminer l'élasticité-prix associée à cette demande.

2/ L'élasticité-prix est égale à $-1/4$.

a/ interpréter la valeur de cette élasticité.

b/ Déterminer la valeur du paramètre réel α lorsque prix initial est égal à 5 et l'élasticité-prix à $-1/4$.

PARTIE 2

Soit Y un bien produit à l'aide d'un facteur de production unique. Soit f la fonction de production de ce bien, la quantité produite de bien Y (notée y) est donc égale à $f(x)$ (où x représente la quantité de facteur de production utilisée).

Cette fonction est dite à rendements globalement décroissants si et seulement si :

$$f(\delta x) < \delta f(x) \quad \forall \delta > 1 \text{ et } \forall x > 0.$$

1/ Interpréter dans le cas où $\delta=3$.

2/ A quelle condition sur le paramètre α la fonction de production $f(x)=(x^\alpha)^2$ est-elle à rendements globalement décroissants ?

3/ Une fonction de production est dite à rendements localement décroissants si et seulement si:

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} < \frac{f(x_0)}{x}$$

Pour quelles valeurs de x la fonction de production $f(x)=x(-x^2+2x+4)$ est-elle croissante?
Pour ces valeurs de x , à quelle condition supplémentaire est-elle à rendements localement décroissants ?

EXERCICE 3

1/ Préciser l'ensemble de définition et calculer les dérivées premières $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ de la fonction suivante :

$$f(x, y) = \frac{(xy + 5x^2 + 2y)^n}{1 + x^3} \text{ avec } n \geq 1$$

2/ Soit la fonction f suivante :

$$f(x, y) = x \sqrt{\frac{x^n}{y^3}} \text{ avec } n \geq 0$$

a/ Préciser l'ensemble de définition selon les valeurs de n .

b/ Sachant que $n=2$, calculer les dérivées premières ($\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$).

3/ Les fonctions suivantes admettent-elles des minima ou maxima ?

$$f(x) = 4x + 5\sqrt{9 - 3x}, \text{ avec } x < 3$$
$$f(x) = \frac{x^2}{3 - x}, \text{ avec } x \neq 3$$

EXERCICE 4 : PROBABILITES

Une urne contient 6 boules : 2 boules blanches et 4 boules rouges.

Deux joueurs tirent successivement et sans remise une boule dans l'urne, le joueur qui tire la dernière boule d'une des deux couleurs de sorte qu'il ne reste qu'une couleur dans l'urne remporte la partie.

Soit X le nombre de tirages nécessaires pour obtenir la dernière boule d'une couleur, quelle est la loi de probabilité de X ? Préférez-vous jouer en premier ou en second ?