

## ÉPREUVE A OPTIONS

---

DURÉE: 4 HEURES

---

*L'usage de toute calculatrice est interdit*

*Aucun document n'est autorisé*

Les candidats doivent **obligatoirement** traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont **IRRÉVERSIBLEMENT** choisie au moment de l'inscription.

**COMPOSITION DE DROIT COMMERCIAL**

---

Faut-il conserver les tribunaux de commerce ?

**DROIT PUBLIC**

---

La faute comme source de la responsabilité de la puissance publique

## MATHEMATIQUES APPLIQUEES ET STATISTIQUES

---

### Exercice 1.

On considère la fonction numérique  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{x + |x^2 - 1|}{ax + b},$$

où  $a$  et  $b$  représentent des nombres réels.

1. Déterminer les valeurs de  $a$  et  $b$  pour que la courbe représentative de  $f$  admette  $y = 2x + 3$  comme asymptote vers  $+\infty$ .
2. Tracer le graphe de la courbe représentative de  $f$ .

### Exercice 2.

1. Explicitez et calculez la somme suivante :

$$\sum_{k=2}^n \frac{2^{k-1}(k-1)}{(k+1)!}$$

### Exercice 3.

Dans un pays, tous les habitants mentent avec une probabilité  $p$ . Une information vraie est transmise à une personne par l'intermédiaire de  $n$  habitants du pays. On note  $V_k$  l'événement « l'information transmise par la  $k$ -ème personne est vraie » et on note  $p_k = p(V_k)$ . On suppose  $0 < p < \frac{1}{2}$  et  $p_0 = 1$ .

- a) Exprimer  $p_{k+1}$  en fonction de  $p_k$  et de  $p$ .
- b) On pose  $u_k = p_k - \frac{1}{2}$ . Quelle est la nature de cette suite ?
- c) Calculer  $u_k$  en fonction de  $p$  et de  $u_0$ .
- d) En déduire  $p_n$  en fonction de  $n$  et calculer  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ .

### Exercice 4.

- a). On considère une fonction continue  $f : [-a, a] \rightarrow [-a, a]$ . Montrer que cette fonction admet au moins un point fixe.
- b). Montrer qu'il existe  $y_0 \in [-a, a]$  tel que  $f(y_0) = -y_0$ .